ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 SEPTEMBRE 1915.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MINÉRALOGIE. — *Sur un type nouveau de roche granitique alcaline, renfermant une eucolite.* Note [1] de M. A. LACROIX.

L'exploration de quelques-uns des ravins descendant du massif d'Ambohimirahavavy (Deux-Sœurs) vers la baie d'Ampasindava [2] m'a permis de recueillir les documents nécessaires pour solutionner une question intéressante concernant l'histoire des granites alcalins. L'épaisse couverture forestière des crêtes du massif les rend impraticables, mais l'examen des matériaux entraînés par les cours d'eau montre qu'elles sont constituées par des sédiments liasiques, gréseux ou calcaires, en partie métamorphisés par de nombreuses roches alcalines intrusives ou filoniennes, parmi lesquelles domine un granite syénitique à ægyrine et catophorite dont la fixité de composition et de structure contraste avec la variabilité des roches qui font l'objet de cette Note.

Ces dernières peuvent être étudiées en place dans le premier ravin situé à l'ouest du village d'Ampasibitika. Ce ravin, encombré d'énormes blocs granitiques, aboutit à une falaise verticale infranchissable, d'où le ruisseau tombe en cascades; elle est constituée par une alternance de calcaires marmorisés et de cornéennes très compactes. Sur ses parois verticales apparaissent en grand nombre des filons éruptifs dont l'épaisseur varie de

---

[1] Séance du 30 août 1915.
[2] Nord-ouest de Madagascar, vis-à-vis Nosy bé.

quelques centimètres à plus d'un mètre. Les dimensions des blocs éboulés sur les pentes de toutes les montagnes voisines montrent que les mêmes roches y constituent des filons beaucoup plus épais.

Ces roches ont un grain très fin, parfois presque microgranitique, ou bien un grain moyen; il en existe d'autres à énormes éléments pegmatiques. Leur caractéristique commune est l'existence de quartz abondant, de feldspaths alcalins (orthose sodique ou anorthose en microperthite avec de l'albite et aussi albite indépendante), d'ægyrine, de riebeckite. La structure est variable suivant les filons; quelquefois elle est uniforme, les éléments blancs et l'ægyrine sont de petite taille et la riebeckite forme des cristaux pœcilitiques pouvant atteindre jusqu'à 1^{dm} dans les pegmatites; souvent, cette amphibole est disposée régulièrement avec son axe vertical perpendiculaire aux épontes. Enfin, il est fréquent de rencontrer des filons mixtes, ne renfermant que de l'ægyrine sur les bords et possédant alors une texture à grain fin, alors que le milieu du filon est pegmatique et riche en riebeckite.

A cette composition, il faut ajouter de petits octaèdres jaune d'or de pyrochlore et de singulières pseudomorphoses d'un minéral entièrement disparu, remplacé par du quartz et du zircon, en cristaux déchiquetés ou en agrégats sphérolitiques. Ces pseudomorphoses étant très abondantes dans des échantillons renfermant de la galène, j'avais été amené autrefois à les considérer [1] comme d'origine pneumatolitique et, pour d'autres raisons, comme résultant de la transformation de cristaux de riebeckite. Les nouveaux documents que j'ai recueillis me conduisent à leur véritable interprétation.

Elle est fournie par des filons qui sont rubanés, mais sans disposition symétrique. Ils consistent en une succession de zones à grain moyen, riches en éléments blancs (quartz et feldspaths alcalins) et d'autres, à grain fin, d'un vert clair, essentiellement constituées par de l'ægyrine, quelquefois grenue et xénomorphe, plus souvent aciculaire et antérieure aux minéraux incolores. Parfois on voit apparaître des taches bleues, dues à la substitution de la riebeckite à l'ægyrine; j'ai même observé des cas dans lesquels la riebeckite existe seule, l'ægyrine ne se présentant plus que dans les lits leucocrates. Ces roches renferment en abondance des pseudomorphoses zirconifères et quelques échantillons contiennent en outre, à l'état intact, le minéral aux dépens duquel elles se sont produites. Il est jaune brunâtre

---

(1) *Nouvelles Archives du Muséum*, t. 5, 1903, p. 235.

ou rose, globuleux et rhomboédrique, les sections perpendiculaires à l'axe optique unique, de signe négatif, sont triangulaires ou hexagonales. Localement, sa couleur en lames minces est d'un beau carmin : il est alors très pléochroïque avec maximum d'absorption suivant n_p. Les cristaux sont zonés, avec biréfringence variant de 0 à environ 0,009; $n_g = 1,643 \pm 0,003$. Ces propriétés sont celles du groupe *eudialyte-eucolite*, mais avec un maximum de biréfringence et une réfringence plus fortes : des essais chimiques qualitatifs sont venus confirmer ce diagnostic. La densité étant de 2,97, il semblait possible d'isoler aisément le minéral de sa gangue; malheureusement, l'ægyrine et la riebeckite sont toujours lestées par du quartz, même dans une poudre fine et aucune séparation complète n'a pu être effectuée par les liqueurs denses; il a donc fallu se résoudre à une analyse approximative.

La roche a été traitée par l'acide chlorhydrique qui attaque le minéral en donnant une gelée : le produit attaqué a la composition suivante (M. Pisani): SiO^2, 40,0; ZrO^2, 16,4; $(Ce, La, Di)^2O^3$, 22,5; FeO, 5,6; MnO, 0,1; CaO, 6,1;, Na^2O, 6,6 = 97,3. Le déficit est probablement constitué, au moins en partie, par du chlore, du fluor, ou de l'eau qui n'ont pu être dosés, la riebeckite étant fluorée et hydroxylée.

Malgré leur imperfection, ces résultats démontrent que le minéral en question est une *eucolite cérique*, se distinguant des espèces connues par une quantité moindre de silice, de chaux et de soude et par une proportion beaucoup plus grande de terres cériques.

Enfin, il faut noter la fréquence de pseudomorphoses zirconifères incomplètes accompagnant le minéral intact. On sait que des pseudomorphoses d'eudialyte en zircon et en zéolites sont connues au Groënland.

L'intérêt qui s'attache à la découverte d'une eucolite dans un granite tient à ce que jusqu'ici les minéraux de ce groupe ont été considérés comme caractéristiques des syénites néphéliniques et comme ne se rencontrant que dans celles-ci.

Avant d'aller plus loin, il est nécessaire de préciser la composition chimique des roches qui nous occupent.

Les analyses suivantes (M. Pisani) sont celles *a* et *b* du type riche en ægyrine, à eucolite en partie fraîche (*a* ne contient que de l'albite en fait de feldspath); *c* d'une roche à plus gros grain ne renfermant que des pseudomorphoses zirconifères; *d* du type à riebeckite le plus riche en eucolite; *e* de la rockallite de l'île de Rockall, dont il sera question plus loin (M. H. Washington).

	a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*
SiO^2	70,80	70,50	68,70	66,40	69,80
Al^2O^3	6,90	6,52	6,85	7,50	5,10
Fe^2O^3	4,44	6,40	9,93	4,59	13,23
FeO	1,00	0,63	1,14	6,22	0,78
MnO	3,10	tr.	tr.	0,60	0,12
MgO	0,96	1,30	0,26	0,70	0,11
CaO	3,20	3,65	1,34	1,10	0,72
Na^2O	5,10	5,70	7,01	7,30	8,04
K^2O	0,90	1,88	1,58	1,90	0,22
TiO^2	0,30	0,26	0,26	0,20	0,34
ZrO^2	0,65	1,58	3,71	1,90	1,17
Ce^2O^3	0,40	0,80	n. d.	1,30	0,37
P^2O^5	tr.	tr.	tr.	tr.	0,07
Nb^2O^5	tr.	tr.	n. d.	tr.	»
H^2O	1,82	1,00	0,50	0,62	0,77
	99,57	100,22	101,28	100,33	100,84

La caractéristique des types à ægyrine d'Ampasibitika réside dans leur pauvreté en alumine accompagnant une haute teneur en Fe^2O^3, ainsi qu'en alcalis et particulièrement en soude, ce qui entraîne l'existence de l'albite comme feldspath prédominant ou unique et de l'ægyrine comme pyroxène ; l'apparition de la riebeckite, à la place de l'ægyrine, est une conséquence du remplacement d'une partie de Fe^2O^3 par FeO dans l'analyse (*d*). Enfin, l'existence de l'eucolite est liée à la teneur élevée en zircone et aussi à la teneur en terres cériques [cette dernière est la plus grande qui ait été observée jusqu'ici dans une roche éruptive ([1])] et à la présence de chaux non feldspathisée ; il faut remarquer du reste que la plus grande partie de la chaux se trouve non dans ce minéral, mais dans le pyroxène.

La seule roche actuellement connue qu'il soit possible de comparer avec celle qui vient d'être décrite est la *rockallite* provenant du petit îlot de Rockall, situé dans l'Atlantique, à mi-chemin entre l'Irlande et l'Islande ([2]). Cette roche est à plus gros éléments que celles de Madagascar. Elle contient beaucoup moins de chaux, mais renferme aussi à la fois de la zircone et

---

([1]) Le granite alcalin à bastnaésite et tscheffkinite que j'ai décrit récemment en contient sans doute davantage, mais il n'a pu être analysé faute de matériaux intacts.

([2]) J.-W. Judd, *Trans. r. Irish. Acad.*, t. 31, 1897, p. 54, et H.-S. Washington, *Quaterl. J. geol. Soc. London*, t. 70, 1914, p. 294.

des terres cériques. L'ægyrine y est plus abondante, mais elle possède la même forme aciculaire. M. Washington, qui a discuté récemment la composition de la rockallite, n'y ayant pas vu de zircon en quantité notable, a émis l'hypothèse que la zircone et le cérium entrent dans la constitution de l'ægyrine; il serait intéressant de rechercher si la rockallite ne contiendrait pas plutôt un peu de l'eucolite décrite plus haut (¹).

Au point de vue de la systématique, la présence de l'eucolite dans ces roches microgranitiques et granitiques à grain fin me semble assez importante pour légitimer la création d'un type nouveau — je l'appellerai *fasibitikite* (²) —, qui vient compléter une série intéressante, celle des *lujavrites*. Celles-ci sont des syénites néphéliniques comprenant des types très riches (Groënland), des types moyennement riches ou pauvres (presqu'île de Kola et île de Los) en néphéline. Au point de vue minéralogique, elles sont caractérisées par deux propriétés : 1° l'abondance de l'ægyrine en cristaux automorphes aciculaires, donnant parfois à la roche une texture schisteuse; 2° la présence de l'eudialyte.

Jusqu'ici, la série lujavritique ne comprenait que des roches renfermant une quantité de silice insuffisante pour former des feldspaths avec toute l'alumine et une partie des alcalis du magma, condition impliquant la genèse de la néphéline.

La fasibitikite constitue le terme opposé de cette série, celui qui possède un très grand excès de silice libre se traduisant minéralogiquement par du quartz abondant. Il est intéressant de constater que, malgré cette différence capitale (quartz à la place de néphéline), toutes les autres caractéristiques minéralogiques et structurelles de la lujavrite sont maintenues dans la fasibitikite.

Dans la classification chimicominéralogique, les analogies magmatiques de ces différentes roches sont mises en évidence par l'énumération des groupes auxquels elles appartiennent : lujavrite, II.7.1.4 et II.6.1.4 (Groënland), II.5.1.4 (Kola et Los); fasibitikites, II.3.1.4. Toutes ces roches se placent dans le subrang 4, mais à la frontière de 5. De même que dans les lujavrites, il existe dans les fasibitikites des types plus ou

---

(¹) La rockallite n'est connue que par un seul échantillon et je dois reconnaître que, dans l'unique préparation du petit fragment que je dois à M. Judd, je n'ai pas vu autre chose que ce qui a été décrit par mes savants collègues.

(²) Par contraction du nom de son gisement Ampasibitika qui, en sakalava (et en merina) dérive de *any*, là où; *fasy*, du sable; *bitika*, menu.

moins riches en soude; ceux dont l'analyse a été donnée plus haut sont les plus sodiques que j'ai rencontrés (le feldspath est exclusivement ou essentiellement de l'albite), mais dans un grand nombre de filons pegmatiques ou simplement à gros grain dont l'eucolite est entièrement transformée, la teneur en potasse est un peu plus élevée et par suite le feldspath dominant ou unique est de l'orthose [1] sodique. Des différences du même ordre s'observent dans les lujavrites du Groënland.

HYDRODYNAMIQUE. — *Comment le débit d'un tuyau de conduite affecté d'un rétrécissement notable mais graduel, peut se déduire de l'abaissement de pression qui s'y produit le long de la partie rétrécie.* Note [2] de M. **J. Boussinesq.**

I. On sait, depuis les observations de l'ingénieur américain Clemens Herschell, confirmées par d'autres, récentes, de MM. Camichel, Eydoux et Lhériaud [3], que le débit q d'une conduite se déduit très simplement, à des erreurs relatives près n'atteignant pas $\frac{1}{100}$, de la différence $P_1 - P_2$ des deux pressions P_1, P_2 qui s'y trouvent exercées, le long de l'axe supposé horizontal, dans la première section amont, σ_1, et dans la section la plus rétrécie, σ_2, d'un *venturi*, ensemble d'un rétrécissement notable, mais assez allongé ou bien graduel, et d'un élargissement analogue qui s'y raccorde en lui faisant suite, c'est-à-dire sans brusque déviation ni courbure sensible des filets fluides. La formule qu'on y applique est celle que donne, pour chaque filet, le principe de D. Bernoulli sur la conservation de la charge dans l'hypothèse de la fluidité parfaite, mais en n'y distinguant pas les vitesses individuelles V des divers filets, à la traversée d'une section normale σ quelconque, d'avec la vitesse moyenne ou *de débit* U à travers la même section. Et, cependant, le régime d'écoulement étant à peu près uniforme à l'entrée du venturi, c'est-à-dire sur la première section amont σ_1, où P_1 désigne la pression sur l'axe (évaluée en hauteur d'eau), on sait que des différences très appréciables de vitesse y existent entre le filet

(1) Par ce caractère, ces variétés se rapprochent de la *grorudite*, quand la teneur en métasilicates alcalins est peu importante, mais elles s'en distinguent par la présence de l'eucolite ou de ses pseudomorphoses et aussi par la grosseur plus grande du grain.

(2) Séance du 30 août 1915.

(3) *Comptes rendus*, t. 160, 4 janvier 1915, p. 28.

central, ou *axial*, le plus rapide, et ceux de la périphérie, quoique ces différences s'atténuent à mesure qu'on approche de la section rétrécie σ_2, où la pression analogue sur l'axe est P_2.

Il y a donc quelque chose de paradoxal à ce fait, que l'hypothèse de l'égalité de vitesse des filets fournisse un débit q pratiquement exact.

Je me propose ici de montrer que le paradoxe s'explique par deux petites erreurs de sens contraires, commises dans le calcul : l'une, évidente (du moins au sentiment), qui, pour l'excédent $P_1 - P_2$ de pression constaté le long du rétrécissement, fait obtenir un débit trop fort, et qui consiste en ce qu'on néglige les frottements, les imperfections effectives de fluidité de l'eau; l'autre, plus cachée, tenant à ce que, pour un liquide parfait, un calcul exact, avec mise en compte de l'inégalité de vitesse des filets, donnerait un débit supérieur au débit théorique approché obtenu. C'est justement la formule de ce débit supérieur, concernant un liquide hypothétique parfait, que l'Analyse suivante a pour but de faire connaître.

II. Le rétrécissement étant supposé assez graduel pour n'imprimer aux filets fluides ni courbures sensibles, ni même inclinaisons mutuelles appréciables, on sait que la pression p variera *hydrostatiquement* sur toute l'étendue de chaque section normale σ, ou que la somme de la pression p et de l'*altitude* $\mathfrak{b}$ au-dessus du plan horizontal de l'axe y égalera simplement la pression P *sur l'axe*. Ainsi, la *hauteur totale de charge* de chaque filet fluide, $\frac{V^2}{2g} + p + \mathfrak{b}$, constante le long du filet, y sera simplement $\frac{V^2}{2g} + P$.

On aura donc pour un filet quelconque, en le considérant sur la section d'amont σ_1 et sur toute autre section normale σ,

$$\text{(1)} \qquad \frac{V^2}{2g} + P = \frac{V_1^2}{2g} + P_1.$$

Multiplions par le débit constant dq du filet, qu'expriment le produit $V\,d\sigma$ sur la section σ, et le produit $V_1\,d\sigma_1$ sur la section σ_1; puis faisons la somme des résultats, pour tous les filets, et divisons par le débit total

$$q = U\sigma = U_1\sigma_1.$$

Il vient, identiquement,

$$\frac{U^2}{2g}\int\left(\frac{V}{U}\right)^3\frac{d\sigma}{\sigma} + P = \frac{U_1^2}{2g}\int\left(\frac{V_1}{U_1}\right)^3\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} + P_1.$$

Les hydrauliciens appellent α l'intégrale $\int\left(\frac{V}{U}\right)^3\frac{d\sigma}{\sigma}$, *cube moyen*, à travers

la section σ, du rapport de la vitesse V des divers filets fluides à la vitesse moyenne U : ils lui attribuent ordinairement la valeur *approximative* 1,1 dans les conduites circulaires à régime uniforme. Et ils écrivent, par suite, l'équation ci-dessus, expression du principe de D. Bernoulli *pour tout le courant liquide* à axe horizontal, $\alpha \frac{U^2}{2g} + P = \text{const}$. En l'appliquant aux deux sections σ_1, σ_2 et désignant par α_1, α_2 les deux valeurs correspondantes de α, on aura donc

$$(2) \qquad \alpha_2 \frac{U_2^2}{2g} + P_2 = \alpha_1 \frac{U_1^2}{2g} + P_1.$$

Remplaçons-y les vitesses de débit U_2, U_1 par les quotients équivalents $\frac{q}{\sigma_2}$, $\frac{q}{\sigma_1}$. Puis isolons la valeur de q; et nous aurons, dans l'hypothèse de la fluidité parfaite, l'expression théorique du débit q :

$$(3) \qquad q = \sqrt{2g(P_1 - P_2)} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sqrt{\alpha_2 \sigma_1^2 - \alpha_1 \sigma_2^2}}.$$

Négliger l'inégalité de vitesse des filets fluides, c'est faire $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 1$, ou prendre

$$(3\ bis) \qquad q = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}} \sqrt{2g(P_1 - P_2)};$$

de sorte que le coefficient correctif, λ, par lequel il faut multiplier l'expression ainsi simplifiée (3 *bis*) du débit, pour en avoir la vraie expression théorique, est

$$(4) \qquad \lambda = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{\alpha_2 \sigma_1^2 - \alpha_1 \sigma_2^2}}.$$

Tel est donc le coefficient dont nous aurons à apprécier ici la différence d'avec l'unité.

III. Introduisons-y la valeur donnée, que nous appellerons μ, du *rétrécissement*, c'est-à-dire le rapport $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$: pratiquement, ce sera une fraction assez petite, comme, par exemple, $\frac{1}{4}$ si le diamètre de la conduite s'y réduit *de moitié*. Alors le carré du coefficient correctif λ deviendra

$$(5) \qquad \lambda^2 = \frac{1 - \mu^2}{\alpha_2 - \mu^2 \alpha_1}.$$

Cela posé, la formule (1), en y spécifiant le premier membre pour la

section rétrécie σ_2, où $V = V_2$ et $U = U_2$, donnera, sur un filet fluide quelconque,

$$V_2^2 - V_1^2 = 2g(P_1 - P_2),$$

équation où V_1, V_2 seront comparables respectivement à leurs moyennes U_1, U_2, c'est-à-dire dans un rapport de l'ordre de petitesse de $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \mu$. V_1^2 sera donc une assez petite fraction du second membre; et l'on aura

$$V_2 = \sqrt{2g(P_1 - P_2)}\left[1 + \frac{V_1^2}{2g(P_1 - P_2)}\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{6}$$

où la puissance $\frac{1}{2}$ de la quantité entre crochets pourra se développer, par la formule du binome, en une série rapidement convergente.

Exprimons-y la vitesse V_1 du filet, sur la section σ_1 d'amont où le régime est à peu près uniforme, en fonction de la vitesse moyenne correspondante U_1 et du rapport $\frac{V_1}{U_1}$, qui sera une certaine fonction φ des deux coordonnées *transversales* différant modérément de sa valeur moyenne 1. Si nous appelons ε l'écart $\varphi - 1$ de cette fonction d'avec l'unité, le carré ε^2 sera un peu sensible, d'une valeur moyenne $\int \varepsilon^2 \frac{d\sigma_1}{\sigma_1}$ qui atteint quelques centièmes; mais son cube ε^3 sera généralement négligeable et, se trouvant positif au centre de la section, négatif à la périphérie, aura sa valeur moyenne, $\int \varepsilon^3 \frac{d\sigma_1}{\sigma_1}$, encore plus insensible.

Faisons ainsi, dans le second membre de (6), $V_1 = U_1 \varphi$; et substituons-y de plus à U_1 le produit, évidemment équivalent, de la vitesse moyenne U_2 sur la section σ_2 par le rapport inverse μ des deux sections. Enfin posons, pour abréger,

$$\frac{U_2^2}{2g(P_1 - P_2)} = \zeta. \tag{7}$$

La formule (6) deviendra, en y négligeant finalement une partie de l'ordre de petitesse de $\frac{\mu^6}{16}$,

$$V_2 = \sqrt{2g(P_1 - P_2)}\,(1 + \zeta\mu^2\varphi^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2g(P_1 - P_2)}\left(1 + \frac{\zeta\mu^2}{2}\varphi^2 - \frac{\zeta^2\mu^4}{8}\varphi^4\right). \tag{8}$$

Il en résulte, en multipliant par $\frac{d\sigma_2}{\sigma_2}$ et intégrant dans toute la section rétrécie σ_2, une expression de la vitesse moyenne U_2 à travers cette section,

savoir

$$(9)\qquad U_2 = \sqrt{2g(P_1 - P_2)}\left(1 + \frac{\zeta\mu^2}{2}\int \varphi^2 \frac{d\sigma_2}{\sigma_2} - \frac{\zeta^2\mu^4}{8}\int \varphi^4 \frac{d\sigma_2}{\sigma_2}\right).$$

Puis, en divisant (8) par (9), développant par la formule du binome la puissance -1 de cette dernière parenthèse et effectuant les produits, on aura la fonction qui définit le mode de distribution des vitesses dans la section rétrécie :

$$(10)\qquad \frac{V_2}{U_2} = 1 + \frac{\zeta\mu^2}{2}\left(\varphi^2 - \int \varphi^2 \frac{d\sigma_2}{\sigma_2}\right) - \frac{\zeta^2\mu^4}{8}\left(\varphi^4 - \int \varphi^4 \frac{d\sigma_2}{\sigma_2}\right) - \frac{\zeta^2\mu^4}{4}\left(\varphi^2 - \int \varphi^2 \frac{d\sigma_2}{\sigma_2}\right)\int \varphi^2 \frac{d\sigma_2}{\sigma_2}.$$

Élevons enfin cette expression au cube, toujours jusqu'aux termes en μ^6 exclusivement; puis multiplions par $\frac{d\sigma_2}{\sigma_2}$ et intégrons, en supprimant finalement du résultat les nombreux termes qui se détruisent. Il viendra, comme formule du coefficient α_2 qui était à déterminer dans (5),

$$(11)\qquad \alpha_2 = 1 + \frac{3}{4}\zeta^2\mu^4\left[\int \varphi^4 \frac{d\sigma_2}{\sigma_2} - \left(\int \varphi^2 \frac{d\sigma_2}{\sigma_2}\right)^2\right].$$

Observons, en portant dans (7) l'expression (9) de U_2, que le nombre ζ excède peu l'unité, savoir, d'une quantité comparable à μ^2; de sorte qu'on peut, sauf erreur négligeable (en μ^6), faire $\zeta = 1$ dans (11).

Rappelons, en outre, qu'on a $\varphi = 1 + \varepsilon$, avec ε assez petit pour que son cube ε^3 soit jugé insensible, ou pour qu'on puisse prendre

$$\varphi^2 = 1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2, \qquad \varphi^4 = 1 + 4\varepsilon + 6\varepsilon^2,$$

valeurs à substituer dans (11). Il vient ainsi, après des réductions évidentes,

$$(12)\qquad \alpha_2 = 1 + 3\mu^4\left[\int \varepsilon^2 \frac{d\sigma_2}{\sigma_2} - \left(\int \varepsilon \frac{d\sigma_2}{\sigma_2}\right)^2\right].$$

IV. On peut actuellement, avec une erreur relative sensible, il est vrai, mais néanmoins de l'ordre de petitesse de ε, remplacer $\frac{d\sigma_2}{\sigma_2}$ par $\frac{d\sigma_1}{\sigma_1}$. Effectivement, si les ε s'annulaient, ou qu'on eût $V = U$ sur la section d'amont σ_1 et, à plus forte raison, sur les autres sections σ moindres, tous les filets fluides éprouveraient, d'une section à l'autre, les mêmes changements relatifs de grosseur; et l'on aurait, pour chaque filet, $\frac{d\sigma}{\sigma} = \text{const.}$ Plus

généralement, il est clair que chaque filet occupera, comparativement à d'autres, à la traversée d'une section quelconque, une fraction $\frac{d\sigma}{\sigma}$ de l'espace total σ, d'autant moindre, qu'il y sera plus rapide par rapport à eux, leurs inégalités relatives de vitesse se répercutant sur la variation des sections partielles relatives $\frac{d\sigma}{\sigma}$, en raison inverse de ces vitesses.

Si donc, dans $\int \varepsilon^2 \frac{d\sigma_2}{\sigma_2}$, on remplace $\frac{d\sigma_2}{\sigma_2}$ par $\frac{d\sigma_1}{\sigma_1}$, l'erreur absolue commise est de l'ordre du produit de ε^2 par ε, c'est-à-dire négligeable. De même, si l'on fait la pareille substitution dans $\int \varepsilon \frac{d\sigma_2}{\sigma_2}$, l'erreur est de l'ordre de ε^2. Mais alors, l'intégrale restante, $\int \varepsilon \frac{d\sigma_1}{\sigma_1}$, devient la valeur moyenne de ε à travers σ_1, c'est-à-dire zéro d'après la définition même de ε; d'où il suit que $\int \varepsilon \frac{d\sigma_2}{\sigma_2}$ est de l'ordre de ε^2 et a son propre carré négligeable. Ainsi la formule (12) se réduit à

$$\alpha_2 = 1 + 3\mu^4 \int \varepsilon^2 \frac{d\sigma_1}{\sigma_1}. \tag{13}$$

Or on sait que le coefficient α considéré sur la section d'amont, c'est-à-dire α_1, excède l'unité de $3\int \varepsilon^2 \frac{d\sigma_1}{\sigma_1}$, à l'erreur près négligeable $\int \varepsilon^3 \frac{d\sigma_1}{\sigma_1}$. Donc, si nous retranchons l'unité des deux membres de (13), il vient, pour relier entre elles les deux valeurs de α entrant dans l'expression (5) du carré λ^2 du coefficient théorique de débit, la formule approximative très simple

$$\alpha_2 - 1 = \mu^4(\alpha_1 - 1). \tag{14}$$

V. La relation (5) devient alors, par l'élimination de α_2, la suppression *haut et bas* d'un facteur $1 - \mu^2$ commun et, finalement, une extraction de racine carrée :

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2(\alpha_1 - 1)}} = 1 + \frac{\mu^2}{2}(\alpha_1 - 1). \tag{15}$$

On voit que le coefficient de débit λ, pour un liquide parfait, excède un peu l'unité. Si, par exemple, le venturi est *au quart*, ou que $\mu = \frac{1}{4}$, et si α_1 vaut environ 1,1, il vient

$$\lambda = 1 + \frac{\alpha_1 - 1}{32} = (\text{environ})\ 1 + \frac{1}{300}.$$

L'influence réductrice des frottements en retranchera, pour l'eau, une petite quantité, qu'on sait, par l'expérience des questions de cette nature et vu, ici, la très graduelle variation supposée des sections σ ou des vitesses, être comparable seulement au centième. La valeur définitive de λ se trouvera donc un peu inférieure à l'unité, d'une fraction de centième, conformément aux débits constatés, notamment, par M. Camichel, dans des observations soignées de laboratoire.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *De l'action stimulante des sels de magnésium sur la fermentation lactique.* Note de M. **Charles Richet** (1).

L'intéressant Mémoire que vient de lire M. P. Delbet et qui est relatif à l'action stimulante que les sels de magnésium, et notamment le chlorure, exercent sur la phagocytose, est tout à fait d'accord avec l'action stimulante puissante que ce même sel exerce sur la fermentation lactique.

J'ai montré en effet, en 1892 (2), que tous les sels métalliques, à une dose déterminée, stimulent la fermentation lactique, mais que les plus actifs sont les sels de magnésium. Plus tard, reprenant ces expériences dans mon laboratoire, A. Chassevant a constaté que, dans certains cas, le croît en acide lactique pendant les premières 24 heures est extrêmement accéléré (3).

Plus tard enfin, répondant à Aloy et Bardier, qui avaient cru voir là un effet de décomposition du $MgCl^2$, j'ai montré (4) qu'avec des quantités croissantes de $MgCl^2$ la quantité d'acide formé va en augmentant (acide lactique dû à la fermentation) jusqu'à une certaine limite, pour décroître rapidement ensuite, ce qui serait inexplicable si la cause de cette acidité était une partielle décomposition du sel de magnésium.

D'ailleurs, avant d'être soumises à la fermentation, les liqueurs lactées étaient exactement neutralisées.

---

(1) Communication présentée à l'occasion du Mémoire lu par M. P. Delbet. (Voir ci-après, p. 268.)

(2) *Comptes rendus*, t. 114, 1892, p. 1494.

(3) *Trav. du Lab. de Physiologie*, t. 4, 1898, p. 247.

(4) *Bulletin de la Société de Biologie*, 1902, p. 1436.

Quantité (en grammes, par litre) de $MgCl^2, 6H^2O$.	Acidité rapportée aux liqueurs lactées témoins.
0 (témoin)	100
0,45	103
1,60	120
3,50	125
8,50	132
12,50	160
15	138
25	115
40	46
50	35

L'*optimum* est donc voisin de $12^g,5$ par litre de $MgCl^2 6H^2O$, chiffre qui se rapproche singulièrement de celui qu'a trouvé P. Delbet pour l'*optimum* de la phagocytose.

Il semble que l'action soit tout à fait de même nature, et que cette dose de sel magnésien (environ 0,05 de molécule-gramme par litre) soit favorable à la vie des cellules, aussi bien des cellules leucocytaires phagocytantes que des cellules du ferment lactique, productrices d'acide lactique.

BOTANIQUE. — *Valeur morphologique de la couronne des Amaryllidacées.* Note de M. **Paul Vuillemin**.

On a vraiment disserté sur les homologies de la couronne des Narcisses, soit avec le périgone, soit avec l'androcée. La question est oiseuse, puisque, chez les Amaryllidacées comme chez les Liliacées, les pièces du périgone sont homologues des étamines dont elles dérivent. M. Dod a vu, dans la fleur de *Narcissus Henriquesii*, les cycles extérieurs au pistil réduits aux étamines. M. Hollick a signalé la staminodie des six pièces du périgone chez le *Narcissus poeticus*. Inversement, la pétalodie de l'androcée est bien comme dans les fleurs pleines de *Narcissus*, *Pseudo-Narcissus*, *N. Tazetta*, etc.

En ce qui concerne la couronne, la tératologie nous montre ses segments remplacés, tantôt par des lames pétalaires, tantôt par des étamines.

D'après l'organogénie étudiée par Baillon, les rudiments de la couronne apparaissent tardivement, après ceux des carpelles. Ils sont d'abord indépendants de ceux du périgone et de l'androcée, comme ceux-ci le sont entre

eux. Nous ne saurions admettre avec Baillon qu'ils naissent directement de l'axe floral, car la cupule dont ils émergent est la base concrescente des étamines et du périgone, et non le réceptacle.

Étant donné que le rudiment staminal forme avec le rudiment pétalaire sous-jacent un couple issu d'une première fission congénitale, le rudiment coronal provenant d'une seconde fission, parallèle à la première, forme couple avec le pétale et dégage l'étamine. Si nous désignons par x le segment de couronne, par p la pièce de périgone et par e l'étamine, chaque série radiale qui compose une fleur de Narcisse, en dehors du pistil, répond à la formule $px + e$. La couronne présente avec le périgone les mêmes relations que les cycles III et IV avec les cycles I et II dans les fleurs pleines d'*Hemerocallis fulva* dont nous avons entretenu récemment l'Académie (¹); elle correspond aux cycles typiquement staminaux qui, en raison de leur situation périphérique, évoluent plus souvent en pièces mixtes ou en pétales qu'en étamines pures, tandis que de nouveaux couples et parfois un nouveau cycle staminal se sont dégagés vers l'intérieur suivant la formule $npe + e$.

Le caractère neutre de la couronne passe au caractère staminal dans les cas signalés, par Masters entre autres, chez les *Narcissus poeticus*, *montanus*, *incomparabilis*, où des anthères apparaissent sur la couronne. Dans un cas étudié par Duchartre chez le *Narcissus tubiformis*, la modification était limitée aux éléments coronaux doublant les lames atrophiées du cycle externe du périgone.

M. Worsdell cherche à préciser le siège de la modification de l'étamine en couronne. Ayant observé, chez le *Narcissus Pseudo-Narcissus*, var. *tridymus*, à la place habituelle de la couronne, une lame bilobée dont la structure paraissait intermédiaire entre celle de la couronne et de la loge d'anthère, tandis qu'une anthère basifixe se dressait entre les deux lobes, il suppose que le lobe inférieur de l'anthère s'est redressé et dissocié en deux lobes stériles. Dans la couronne typique, l'anthère aurait subi dans sa totalité une telle modification.

Dans les fleurs pleines de *Narcissus Pseudo-Narcissus*, nous avons observé une anthère complète, tantôt disloquée avec ses loges rejetées sur les marges d'une languette safranée, tantôt surmontant le segment coronal bifide; dans ce dernier cas, le lobe inférieur de l'anthère est souvent divisé en deux cornes plus ou moins vides, refoulées par la couronne, mais sans

---

(¹) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 202-206.

continuité avec elle. On aurait donc autant de raison de faire dériver la couronne du connectif ou du filet que de l'anthère. Nous pensons plutôt que le même rudiment est apte à évoluer, soit en couronne, soit en étamine, mais qu'en général le développement intégral des caractères fixes de l'étamine s'oppose au développement des caractères indécis de la couronne.

Vers l'intérieur d'une fleur pleine, un retard dans le double clivage qui fournit un couple pétalo-coronal et une étamine peut restreindre au voisinage du sommet la séparation des trois éléments, pétalaire, coronal et staminal, confondus à la base. Bornons-nous à deux exemples. Dans l'un, la portion commune ressemble à un filet long de $0^m,026$; l'anthère est complète; mais le lobe inférieur est divisé en deux cornes vides à concavité supérieure; derrière elle se dégage une lame pétalaire, pâle, étroite, longue de $0^m,015$, flanquée, sous le milieu, de dents marginales inégales, ayant la texture et la couleur safranée de la couronne. Dans l'autre, la couronne, séparée du pétale pâle, étroit, long de $0^m,012$, forme deux ailes safranées, longues de $0^m,015$, décurrentes sur le filet en s'atténuant progressivement; au bout de 1^{cm}, le filet prend une largeur uniforme un peu supérieure à la normale. L'anthère, dont la base est embrassée par les lobes de la couronne, a son lobe supérieur normal, le lobe inférieur raccourci, mais indépendant.

Si la couronne, envisagée comme un tout, paraît spéciale au genre *Narcissus*, ses éléments séparés se retrouvent dans d'autres Amaryllidacées et, du moins à l'état tératologique, chez les Liliacées.

L'un des six secteurs qui composent, hormis le pistil, une fleur de *Barbacenia*, présente, au-dessus du tube, comme la pièce pétalo-corono-staminale de Narcisse décrite en dernier lieu, une lame dorsale pétaloïde, une lame moyenne bifide répondant à la couronne et une anthère ventrale. L'écaille coronale caractérise encore le genre *Vellosia*, dans les sections où les six étamines restent entières, comme dans celles où elles sont divisées. Les Vellosiées forment une tribu des Amaryllidacées, définie, moins par la méristémonie qui existe aussi dans la tribu des Amaryllées (genre *Gethyllis*) que par les éléments de couronne; cette tribu ne diffère guère des Narcissées que par l'appareil végétatif.

Dans le genre *Galanthus*, le cycle interne du périgone contraste avec le cycle externe comme la couronne des Narcisses contraste avec le périgone. Par sa position pourtant, il fait indubitablement partie d'une double corolle. Dans les fleurs pleines de *Galanthus nivalis*, les nouvelles pièces ressemblent au cycle interne, lors même qu'elles résultent de la fission

sériale du cycle externe. Beaucoup d'entre elles, comme chez l'Hémérocalle, correspondent à des cycles staminaux et prennent çà et là une structure intermédiaire entre la couronne et l'étamine. La structure coronale est une modification commune aux pièces du périgone et de l'androcée. Le premier cycle y échappe parce qu'il s'oppose de bonne heure au reste de la fleur; il exagère son indépendance quand il dégage l'une ou l'autre de ses pièces sur le trajet ou à la base de l'ovaire infère. Nous avons observé plusieurs exemples de ce déplacement, après Clos, Filarsky, Stenzel.

Les lames bifides et bicolores de la fleur de *Galanthus* sont, comme la couronne des Narcisses, des pièces mixtes ne réalisant complètement, ni le type pétalaire, ni le type staminal.

Dans les fleurs pleines d'Hémérocalle, les pièces appartenant aux cycles typiquement staminaux offrent tous les caractères des éléments corono-staminaux des Narcisses, notamment le lobe inférieur de l'anthère dissocié en cornes et refoulé par des expansions du filet.

Des anomalies fournies par les Narcisses, comme de leur comparaison avec les cas normaux ou tératologiques observés dans les genres voisins, nous tirons les conclusions suivantes :

L'élément de couronne est homologue de l'étamine et du pétale comme ceux-ci le sont entre eux. Il tient de l'étamine par sa position dans le couple normal extérieur à l'étamine isolée suivant la formule $pe+e$, puisque $x=e$. Il tient du pétale par sa structure qui se retrouve dans le second cycle du périgone de *Galanthus*. Chez les Narcissées comme chez les Vellosiées, il diffère du pétale et de l'étamine comme un terme intercalaire, demeurant le plus souvent neutre et de structure indéterminée, susceptible, comme les pièces mixtes d'une fleur pleine de *Galanthus* ou d'*Hemerocallis*, de se développer occasionnellement, soit en pétale, soit en étamine.

MÉMOIRES LUS.

Cytophylaxie, par MM. Pierre Delbet et Karajanopoulo.

Les progrès dans la connaissance des moyens de défense de l'organisme contre l'infection doivent avoir pour résultat d'ajouter, sinon de substituer, à la notion d'antisepsie celle de protection des cellules qu'on peut appeler *cytophylaxie*.

Nous nous sommes proposé d'étudier l'action sur les cellules de l'organisme des diverses solutions employées pour le pansement des plaies et de chercher s'il existe quelque substance capable d'exalter les propriétés phagocytaires des globules blancs si précieux dans la lutte contre l'infection.

Pour cela nous avons mêlé, dans des tubes, globules blancs, microbes et solutions à étudier, puis compté les phagocytoses après 20 minutes d'étude. Dans chaque série, nous avons étudié l'action de plusieurs substances sur les globules provenant du même sujet de telle sorte que nos expériences sont comparatives.

Les résultats dont nous ne pouvons donner ici qu'un court résumé sont basés sur la numération de 16000 polynucléaires et de 19716 microbes.

1° Les substances antiseptiques proprement dites altèrent profondément les globules blancs, mais d'une manière inégale. L'éther, le permanganate de potasse à 1 pour 3000, la liqueur de Labarraque détruisent globules rouges et blancs au point qu'on ne peut plus rien reconnaître sur les préparations. La solution de Dakin, qui diffère peu de la liqueur de Labarraque, dans une expérience a respecté quelques globules blancs, dans les deux autres les a tous détruits. Le formol à 2 pour 100 s'est comporté de même.

D'autres solutions antiseptiques laissent subsister un certain nombre de globules blancs encore capables de phagocyter. La moyenne des phagocytoses pour 50 polynucléaires a été : 23 avec l'eau oxygénée; 10 avec l'acide phénique à 2,5 pour 100; 16 avec la liqueur de Gramm; 20 avec le cyanure de mercure à 1 pour 2000; 29 avec le sublimé à 1 pour 1000, tandis qu'elle est 129 avec le chlorure de sodium à 8 pour 1000.

Dans les cas les plus favorables, les phagocytoses ont été avec les antiseptiques 80 pour 100 moins nombreuses qu'avec la solution dite *sérum physiologique*.

Nous avons cherché simultanément quelle était, dans les conditions de nos expériences, l'action des substances antiseptiques sur les microbes. Pour cela, nous avons fait des ensemencements avec le culot des tubes.

Trois antiseptiques l'ont été réellement, les bouillons sont restés stériles. C'est l'acide phénique, le formol et l'éther.

Avec le sublimé, un ensemencement sur trois a donné une culture. Avec la solution de Dakin, deux ensemencements sur trois ont été positifs.

Avec la liqueur de Gramm, deux sur quatre ont été positifs. Deux sur deux l'ont été avec la liqueur de Labarraque, quatre sur quatre avec le cyanure, trois sur trois avec l'eau oxygénée.

Ces faits donnent une idée de l'impuissance des antiseptiques, mais une

idée insuffisante. Les conditions dans nos tubes étaient bien plus favorables aux antiseptiques qu'elles ne le sont dans une plaie.

Le problème de tuer les microbes sans tuer les cellules n'est pas résolu. Si l'on n'a point trouvé de substance qui tue les microbes en respectant les cellules, on en a trouvé qui tuent les cellules sans tuer sûrement les microbes qui y sont mélangés : ainsi l'eau oxygénée, la liqueur de Labarraque, la solution de Dakin.

2° Nous avons étudié par la même méthode un certain nombre de solutions non antiseptiques qui sont utilisées pour le traitement des plaies.

De toutes les substances couramment employées, c'est le chlorure de sodium en solution à 8 pour 1000 qui a donné le plus grand nombre de phagocytoses. La moyenne dans nos expériences est de 129 microbes pour cinquante polynucléaires. C'est à la solution de chlorure de sodium que nous rapporterons toutes les autres.

Le sérum hypertonique (solution de NaCl à 140 pour 1000), qui est employé par certains chirurgiens, détruit les globules et il n'est pas antiseptique.

Le nucléinate de Longuet est également destructeur et c'est un très bon milieu de culture.

Avec le sérum de Leclainche et Vallé, les phagocytoses sont en baisse de 26 pour 100 par rapport au chlorure de sodium.

Avec le sérum de R. Petit (sérum de cheval chauffé), la diminution est de 21 pour 100.

Avec la solution de nucléinate de soude à 2 pour 100, isotonifiée avec du chlorure de sodium, la diminution est de 36 pour 100.

Avec l'eau de mer naturelle qui est fortement hypertonique, la diminution est de 86 pour 100.

Avec l'eau de mer isotonifiée, la diminution est de 61 pour 100, ce qui montre que la doctrine de la constante saline est erronée.

Avec la solution de Ringer-Locke, la diminution est de 39 pour 100. Cette solution n'est donc pas préférable pour le pansement des plaies à celle dite *sérum physiologique*.

3° Ces constatations faites, nous avons cherché si quelque substance n'avait pas une action cytophylactique supérieure à celle du chlorure de sodium. Pour cela, nous avons expérimenté avec les substances qui ont permis de produire des parthénogenèses artificielles. Les solutions des chlorures de manganèse, de strontium, de calcium ont notablement diminué le nombre des phagocytoses. Par contre, la solution de chlorure de magnésium à 12,1 pour 1000 a donné des résultats extraordinaires. Elle augmente la proportion des phagocytoses dans la proportion de 75 pour 100 par rapport à la solution de chlorure de sodium à 8 pour 1000 qui elle-même en donne 63 pour 100 de plus que la solution de Ringer-Locke.

L'augmentation porte sur le nombre des polynucléaires qui phagocytent et sur la puissance phagocytaire de chacun d'eux.

La solution de $MgCl^2$ à 12,1 pour 1000 conserve son action cytophylactique lorsqu'elle est injectée dans le système circulatoire. Elle peut être utilisée soit en pansement, soit en injection.

4° L'étude comparative des solutions de $MgCl^2$ de taux variant de 10 à 20 pour 1000 montre que l'augmentation des phagocytoses a deux maxima. L'un, très faible, est sans doute en rapport avec la concentration moléculaire, car il se produit avec les solutions de 16 à 20 pour 1000; la solution à 19 pour 1000 étant cryoscopiquement isotonique au sérum sanguin. L'autre, très élevé, correspond à la solution à 12,1 pour 1000. Il y a là une sorte de point critique, qui est peut-être dû à la concentration de tous.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Calculs relatifs à la construction d'une nouvelle Table de diviseurs des nombres*, par M. Ernest Lebon.

2° *L'Astronomie nautique au Portugal à l'époque des grandes découvertes*, t. I, par Joaquim Bensaude.

3° Une collection de documents publiés par ordre du Ministère de l'Instruction publique de la République portugaise, par Joaquim Bensaude :

Vol. 1 : *Regimento do Estrolabio; Tratado da Spera.*

Vol. 3 : *Almanach perpetuum*, par Abraham Zacuto; Leiria, 1496.

Vol. 4 : *Tratado del Esphera y del arte del marear;* con el Regimiento de las alturas, par Francisco Faleiro (Portugais), Sevilla, 1535.

Vol. 5 : *Tratado da Esphera*, par Pedro Nunes; Lisboa, 1537.

MM. **G.-B. de Toni** et **Achille Forti** adressent des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à leurs travaux.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur les filaments hélicoïdaux de la comète Morehouse* (1908 *c*). Note [1] de M. F. **Baldet**, présentée par M. Deslandres.

J'ai signalé en 1908 [2], en collaboration avec M. F. Quénisset, l'existence de filaments hélicoïdaux dans la queue principale de la comète Morehouse (1908 *c*). L'analogie de ces filaments lumineux avec les rayons cathodiques enroulés en hélice dans les gaz raréfiés, sous l'influence d'un champ magnétique, m'a frappé dès le début, d'autant plus que, depuis plusieurs années, on accorde un rôle important aux corpuscules électrisés dans les phénomènes cométaires et que la queue donnait, entre autres, le spectre cathodique de l'azote [3]. M. Deslandres ayant montré depuis 1896 et développé de 1911 à 1913, dans une série d'importants Mémoires relatifs aux nébuleuses et à la partie supérieure de l'atmosphère solaire, que la courbure des spires lumineuses constituées par des particules électrisées pouvait déceler des champs cosmiques très faibles, je me baserai sur ses conclusions pour essayer d'expliquer de la même manière les filaments hélicoïdaux de la comète.

I. En voici d'abord une description complémentaire :

Sur chaque photographie où on les observe, ils forment un groupe de deux filaments lumineux émanant du noyau et *compris entièrement* dans les gaz moins lumineux de la queue; ce point est important à noter, car il existe aussi de nombreux filaments gazeux, sensiblement rectilignes, émanant également du noyau, mais situés de part et d'autre de la queue principale et se détachant dans leur plus grande longueur sur le fond sombre du ciel. Les filaments hélicoïdaux, très fins et lumineux du côté du noyau, deviennent plus diffus et pâles en s'en éloignant; après une à quatre spires complètes ils finissent par se confondre avec la queue qui les contient. Ils sont tous deux égaux, opposés d'environ 180° l'un à l'autre et, à première vue, paraissent s'évaser très légèrement en s'éloignant du noyau; comme ils deviennent en même temps assez diffus il est difficile d'en juger par des mesures sur les positifs; on peut donc admettre, tout au moins comme première approximation, qu'ils sont inscriptibles sur un cylindre de révolution, le même pour tous deux, le rapport du pas au rayon étant d'environ 25. Ils sortent du noyau sous l'aspect de deux jets très fins, à peine incurvés, formant un angle de 4° ou 5° entre eux et ne prennent la forme hélicoïdale qu'après un parcours à peu près égal au pas de l'hélice; ils sont alors complètement dégagés de la chevelure.

---

(1) Séance du 30 août 1915.

(2) *Comptes rendus*, t. 147, 1908, p. 1033.

(3) Voir A. de la Baume-Pluvinel et F. Baldet, *Astrophysical Journal*, t. 34, septembre 1911, p. 99.

II. Les spires sont-elles des courbes synchrones comme dans le tourniquet hydraulique ou de véritables trajectoires de particules? Si les spires contenaient des condensations gazeuses comme la queue, l'étude de leur mouvement trancherait la question, mais on n'y distingue aucune irrégularité à l'échelle de nos photographies. Néanmoins, les courbes synchrones semblent devoir être rejetées, car les multiples filaments gazeux qui ont, avec les spires, leur origine commune dans le noyau n'offrent pas la forme hélicoïdale ([1]); les *trajectoires* hélicoïdales sont donc seules à retenir. Les gaz de la comète ayant présenté le spectre *cathodique* de l'azote, il est naturel d'admettre qu'ils sont ionisés négativement par un flux d'électrons qui en entretient la luminescence et, dans ces conditions, la forme hélicoïdale des deux filaments ne trouve guère d'autre explication que dans l'existence d'un champ magnétique sensiblement uniforme, parallèle à l'axe de l'hélice, c'est-à-dire à la direction de la queue et, par conséquent, au plan de l'orbite à l'époque considérée (octobre-novembre 1908).

L'étude des photographies successives montre que les gaz de la queue principale et ceux des filaments hélicoïdaux paraissent ne former qu'une masse gazeuse dont toutes les parties ont des vitesses du même ordre de grandeur. Les ions des filaments extérieurs doivent être soumis au champ magnétique invoqué pour expliquer les filaments hélicoïdaux; cependant ces filaments ne présentent pas de courbure bien appréciable sur une longueur de 3°,6, ce qui implique une masse plus grande pour leurs ions, leurs vitesses étant du même ordre de grandeur que ceux de la queue principale.

Désignons par m la masse de l'ion azote et par μ celle de la particule électrisée des filets hélicoïdaux; d'après les mesures des courbures des filaments on obtient $\frac{m}{\mu} > 70$.

Comme aucune particule électrisée, si ce n'est l'électron en mouvement dans une masse d'azote raréfiée, ne jouit de la double propriété de donner le spectre cathodique de l'azote et d'avoir une masse plus de 70 fois plus petite que l'ion de ce gaz, on voit que l'interprétation électromagnétique des formes des filaments conduit à les attribuer à des jets d'électrons émanant du noyau et illuminant les gaz de la queue sur leur passage.

([1]) Le mouvement de translation des masses gazeuses dans la queue principale n'était pas accompagné d'un mouvement de rotation comme on le constate aisément sur les photographies des 15 et 16 octobre 1908.

Cette conséquence n'a rien qui puisse étonner; déjà M. Houllevigue, à la suite de ses intéressantes recherches sur les rayons cathodiques lents, a été également amené à expliquer la luminescence et la direction des queues cométaires par un flux d'électrons provenant du noyau incandescent [1]. Les trajectoires des électrons ne devenant visibles que dans un milieu gazeux raréfié, on ne doit pas observer de filaments hélicoïdaux en dehors des gaz de la queue, ce qui est, en effet, conforme à l'observation. De plus, les gaz de la comète ayant un mouvement fortement accéléré, si l'on attribuait les hélicoïdes aux ions gazeux, on devrait les observer comme des hélices dont le pas augmente rapidement, et l'on a vu que le pas était sensiblement constant.

III. Soient pour l'électron : $\frac{\mu}{e}$ le rapport de sa masse à sa charge, v sa vitesse, α l'angle constant de sa vitesse avec la direction du champ, ρ le rayon du cylindre de révolution sur lequel il s'inscrit, et soient : $\frac{m}{e}$, V, A et R les quantités correspondantes relatives à l'ion azote. La valeur du champ H est donnée par la formule classique

$$H = \frac{\mu}{e}\frac{v \sin\alpha}{\rho} = \frac{m}{e}\frac{V \sin A}{R}.$$

Dans cette relation, on connaît $\frac{\mu}{e}$, α, ρ, $\frac{m}{e}$, V et A; les mesures donnent une valeur inférieure R_0 pour R; seul v est tout à fait inconnu, il est seulement soumis à la condition

$$v < \frac{m}{\mu}\frac{\sin A}{\sin\alpha}\frac{\rho}{R_0}V.$$

Comme d'autre part, il est extrêmement peu probable que la valeur inférieure de v soit plus petite que la vitesse V des gaz de la queue, H n'est pas entièrement indéterminé mais compris entre les valeurs suivantes :

$$\frac{\mu}{e}\frac{V \sin\alpha}{\rho} < H < \frac{m}{e}\frac{V \sin A}{R_0}.$$

D'après les mesures, on peut, dans une première approximation, adopter pour ordre de grandeur de V, 5×10^6 cm : s, pour ρ le nombre moyen $7,3 \times 10^9$ cm, pour R_0 $3,7 \times 10^{11}$ cm, pour α le nombre moyen 14° et

---

[1] *Revue scientifique*, 1914, 1er semestre, n° 12, p. 356.

pour A 10°. D'autre part, on a $\frac{\mu}{e} = 5,6 \times 10^{-8}$ et $\frac{m}{e} = 1,4 \times 10^{-3}$ pour l'ion azote; on en déduit $9 \times 10^{-12} < H < 3 \times 10^{-6}$ et $v < 18000$ km : s. Le champ nécessaire est donc extrêmement faible, au plus de l'ordre de la cent-millionième partie du champ terrestre, et la vitesse des électrons est relativement lente.

En terminant, il est intéressant de noter l'analogie de forme et de disposition des deux filaments hélicoïdaux opposés de 180° avec les belles protubérances solaires diamétralement opposées et les deux branches de certaines nébuleuses en spirales.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une série quadruple de triangles hexahomologiques.* Note [1] de M. **Auric**, transmise par M. C. Jordan.

Soit un triangle MNP dont les sommets ont comme coordonnées barycentriques, par rapport au triangle de référence $O_1O_2O_3$,

$$\begin{matrix} m_1, & m_2, & m_3, \\ n_1, & n_2, & n_3, \\ p_1, & p_2, & p_3. \end{matrix}$$

Pour que MNP et $O_1O_2O_3$ soient respectivement homologiques (M à O_1, N à O_2, P à O_3), on vérifie aisément qu'on doit avoir la relation

$$m_2 n_3 p_1 = m_3 n_1 p_2.$$

Dans ce cas, les coordonnées de M, N, P peuvent se mettre sous la forme d'un déterminant symétrique ou discriminant :

$$\begin{matrix} c_1, & d_3, & d_2, \\ d_3, & c_2, & d_1, \\ d_2, & d_1, & c_3; \end{matrix}$$

les coordonnées du centre d'homologie sont $\frac{1}{d_1}, \frac{1}{d_2}, \frac{1}{d_3}$ et l'équation de l'axe d'homologie

$$\frac{x_1}{d_2 d_3 - c_1 d_1} + \frac{x_2}{d_3 d_1 - c_2 d_2} + \frac{x_3}{d_1 d_2 - c_3 d_3} = 0,$$

les dénominateurs étant les mineurs du discriminant ci-dessus.

---

(1) Séance du 19 juillet 1915.

Pour que NPM et $O_1O_2O_3$ soient respectivement homologiques, il faut que

$$m_3n_1p_2 = m_1n_2p_3;$$

dès lors, si l'on a

$$(1) \qquad m_1n_2p_3 = m_2n_3p_2 = m_3n_1p_2,$$

MNP et $O_1O_2O_3$ seront trihomologiques, c'est-à-dire homologiques de trois manières différentes.

Pour que MPN et $O_1O_2O_3$ soient respectivement homologiques, il faut que

$$m_2n_1p_3 = m_3n_2p_1.$$

De même si PNM et $O_1O_2O_3$ sont respectivement homologiques, on aura

$$m_3n_2p_1 = m_1n_3p_2.$$

Dès lors si

$$(2) \qquad m_1n_3p_2 = m_2n_1p_3 = m_3n_2p_1,$$

MPN et $O_1O_2O_3$ seront trihomologiques et si les relations (1) et (2) ont lieu simultanément, MNP et $O_1O_2O_3$ seront hexahomologiques, c'est-à-dire homologiques de six manières différentes.

Existe-t-il de pareils triangles?

En appelant, comme d'usage, 1, j, j^2 les racines cubiques de l'unité, on voit aisément que les trois triangles ci-après satisfont aux conditions voulues

$$\begin{array}{lll} G_1 = m_1, m_2, m_3, & J'_1 = jm_1, m_2, m_3, & J^2_1 = j^2m_1, m_2, m_3, \\ G_2 = m_1, jm_2, j^2m_3, & J'_2 = m_1, jm_2, m_3, & J^2_2 = m_1, j^2m_2, m_3, \\ G_3 = m_1, j^2m_2, jm_3, & J'_3 = m_1, m_2, jm_3. & J^2_3 = m_1, m_2, j^2m_3. \end{array}$$

Les triangles $G_1G_2G_3$, $J'_1J'_2J'_3$, $J^2_1J^2_2J^2_3$ et $O_1O_2O_3$ sont hexahomologiques entre eux deux à deux; les centres et les axes d'homologie étant respectivement les sommets et les côtés des deux autres triangles.

Il y a là une réciprocité très intéressante.

En d'autres termes, les douze sommets des quatre triangles se trouvent, quatre par quatre, sur neuf droites et de chaque sommet partent trois droites formant avec les côtés du triangle, adjacents au sommet, une division équiharmonique. Ces neuf droites sont

$$\begin{array}{lll} O_1G_1J'_1J^2_1, & O_1G_2J'_3J^2_2, & O_1G_3J'_2J^2_3, \\ O_2G_1J'_2J^2_2, & O_2G_2J'_1J^2_3, & O_2G_3J'_3J^2_1, \\ O_3G_1J'_3J^2_3, & O_3G_2J'_2J^2_1. & O_3G_3J'_1J^2_2. \end{array}$$

Corrélativement, on démontre que les douze côtés des quatre triangles concourent, quatre par quatre, en neuf points situés trois par trois sur lesdits côtés et formant, avec les sommets correspondants, une division équiharmonique.

Les coordonnées de ces neuf points sont

$$\begin{array}{ccc} 0 & m_2 & -m_3 \\ -m_1 & 0 & m_3 \\ m_1 & -m_2 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 0 & m_2 & -jm_3 \\ -jm_1 & 0 & m_3 \\ m_1 & -jm_2 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 0 & m_2 & -j^2m_3 \\ -j^2m_1 & 0 & m_3 \\ m_1 & -j^2m_2 & 0 \end{array}$$

Si nous introduisons la cubique générale

$$\lambda\left(\frac{x_1^3}{m_1^3}+\frac{x_2^3}{m_2^3}+\frac{x_3^3}{m_3^3}\right)-3\frac{x_1x_2x_3}{m_1m_2m_3}=0,$$

nous savons, par la considération de la hessienne, que, quel que soit λ, cette cubique a des points d'inflexion et des tangentes inflexionnelles fixes.

Pour quatre valeurs de λ

$$\lambda=0, \qquad \lambda=1, \qquad \lambda=j, \qquad \lambda=j^2.$$

cette cubique se décompose en trois droites, savoir :

$$-3\frac{x_1x_2x_3}{m_1m_2m_3}=3\frac{x_1}{m_1}\frac{x_2}{m_2}\frac{x_3}{m_3},$$

$$\frac{x_1^3}{m_1^3}+\frac{x_2^3}{m_2^3}+\frac{x_3^3}{m^3}-3\frac{x_1x_2x_3}{m_1m_2m_3}$$
$$=\left(\frac{x_1}{m_1}+\frac{x_2}{m_2}+\frac{x_3}{m_3}\right)\left(\frac{x_1}{m_1}+j\frac{x_2}{m_2}+j^2\frac{x_3}{m_3}\right)\left(\frac{x_1}{m_1}+j^2\frac{x_2}{m_2}+j\frac{x_3}{m_3}\right),$$

$$j^2\left(\frac{x_1^3}{m_1^3}+\frac{x_2^3}{m_2^3}+\frac{x_3^3}{m_3^3}\right)-3\frac{x_1x_2x_3}{m_1m_2m_3}$$
$$=j\left(j\frac{x_1}{m_1}+\frac{x_2}{m_2}+\frac{x_3}{m_3}\right)\left(\frac{x_1}{m_1}+j\frac{x_2}{m_2}+\frac{x_3}{m_3}\right)\left(\frac{x_1}{m_1}+\frac{x_2}{m_2}+j\frac{x_3}{m_3}\right),$$

$$j\left(\frac{x_1^3}{m_1^3}+\frac{x_2^3}{m_2^3}+\frac{x_3^3}{m_3^3}\right)-3\frac{x_1x_2x_3}{m_1m_2m_3}$$
$$=j^2\left(j^2\frac{x_1}{m_1}+\frac{x_2}{m_2}+\frac{x_3}{m_3}\right)\left(\frac{x_1}{m_1}+j^2\frac{x_2}{m_2}+\frac{x_3}{m_3}\right)\left(\frac{x_1}{m_1}+\frac{x_2}{m_2}+j^2\frac{x_3}{m_3}\right).$$

Chacune de ces cubiques dégénérées représente précisément un des quatre triangles hexahomologiques ci-dessus, les points d'inflexion et les tangentes inflexionnelles du faisceau des cubiques étant les neuf points et les neuf droites signalées précédemment.

Si nous appelons symboliquement *racines cubiques d'un point* M^3 *à coordonnées* m_1^3, m_2^3, m_3^3 les points dont les coordonnées sont

$$\sqrt[3]{m_1^3},\quad \sqrt[3]{m_2^3},\quad \sqrt[3]{m_3^3},$$

nous pouvons dire que ces racines sont au nombre de neuf et qu'on peut les grouper en trois triangles hexahomologiques entre eux et avec le triangle de référence.

De même les racines carrées symboliques de M^2 sont au nombre de quatre et l'on peut leur associer les quatre polaires trilinéaires correspondantes.

Dans ces conditions, le triangle formé par trois racines, celui formé par les polaires trilinéaires correspondantes et le triangle de référence sont homologiques, le centre et l'axe d'homologie étant la quatrième racine et sa polaire trilinéaire.

Il est aisé d'étendre ces considérations à l'espace à trois (ou n) dimensions et de déterminer en particulier quatre tétraèdres homologiques entre eux et au tétraèdre de référence.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la réduction des périodes des intégrales abéliennes et sur une généralisation du théorème d'Abel.* Note (¹) de M. **Nicolas Lipine**, présentée par M. Émile Picard.

L'existence de q intégrales abéliennes $v_\alpha(\alpha = 1, 2, \ldots, q)$ attachées à une surface de Riemann du genre p à périodes $\omega_{i,\alpha}$ réductibles au rang q :

$$\omega_{i,\alpha} = n_{1,i}\Omega_{1,\alpha} + n_{2,i}\Omega_{2,\alpha} + \ldots + n_{2q,i}\Omega_{2q,\alpha} \qquad (i = 1, 2, \ldots, 2p)$$

entraîne la réduction de $p - q$ intégrales au rang $p - q$ (Picard, *Bull. de la Société math. de France*, t. 11, 1883; Poincaré, *ibid.*, t. 12, 1884; *Am. Journ. of Math.*, t. 8). La proposition précédente peut être énoncée d'une manière plus complète comme il suit :

Si une surface de Riemann du genre p *admet un système complet de rang* q *d'intégrales réductibles de première espèce* $v_\alpha(\alpha = 1, 2, \ldots, q)$, *elle en admet un second* $v_\beta(\beta = q + 1, \ldots, p)$ *du rang* $p - q$, *linéairement distinct du premier. En désignant par*

$$\Omega_{i,\alpha} = n^{-1}\varphi_i(\omega_\alpha) \qquad (i = 1, 2, \ldots, 2q)$$

(¹) Séance du 30 août 1915.

et

$$\Omega_{k,\beta} = n'^{-1}\varphi_k(\omega_\beta) \qquad (k = 2q+1, \ldots, 2p)$$

les périodes réduites de ces deux systèmes, $\varphi_i(\omega_\alpha)$ et $\varphi_k(\omega_\beta)$ étant des formes linéaires à coefficients entiers, portant respectivement sur $\omega_{s,\alpha}$ et $\omega_{s,\beta}$ $(s = 1, 2, \ldots, 2p)$, *on a les relations* $\varphi_i(\omega_\beta) = 0$, $\varphi_k(\omega_\alpha) = 0$; *à chaque système de rang q il ne correspond qu'un seul système de rang $p - q$ jouissant des propriétés mentionnées.*

Les deux systèmes en question seront dits *complémentaires l'un de l'autre.*

L'existence d'un système complet d'intégrales réductibles donne lieu aux correspondances singulières (dans le sens de M. Hurvitz, *Math. Ann.*, t. 28) existant entre les points de la surface de Riemann correspondante. Cependant, il est légitime d'étendre la notion de correspondance comme il suit :

Il existe entre les points d'une surface de Riemann une dépendance de la forme qu'à chaque point il correspond μ groupes G_i de ν points; les groupes G_i en question ne peuvent que s'échanger entre eux si le point origine x décrit un cycle arbitraire; il peut bien d'ailleurs se produire des permutations entre les points d'un même groupe.

On dira qu'il existe une correspondance de degré μ sur la surface de Riemann considérée. Si $\mu = 1$ on a une correspondance proprement dite; dans le cas où $\mu > 1$, il existe encore une correspondance du premier degré dont les points conjugués sont constitués par l'ensemble des $\mu\nu$ points des groupes $G_1 + G_2 + \ldots + G_\mu$. Cela posé, on a le théorème suivant :

S'il existe sur la surface de Riemann un système complet d'intégrales réductibles au rang q (respect. $p - q$) *cette surface admet toujours des correspondances dont les points conjugués vérifient les congruences*

$$v_\alpha(x_1) + v_\alpha(x_2) + \ldots + v_\alpha(x_p) \equiv \varepsilon v_\alpha(x) + c_\alpha,$$
$$v_\beta(x_1) + v_\beta(x_2) + \ldots + v_\beta(x_p) \equiv c_\beta,$$

ε étant un nombre rationnel arbitraire, c_i désignant des constantes et réciproquement : s'il existe sur la surface de Riemann une correspondance d'un degré fini μ, vérifiant un système des congruences de la forme ci-dessus, les intégrales v_α et v_β sont réductibles respectivement aux rangs q et $p - q$, ils forment d'ailleurs deux systèmes complémentaires.

Pour démontrer la première partie du théorème, il suffit de remarquer

les relations

$$n\omega_{i,\alpha} = \sum_{i}^{2p} n_{k,i}\varphi_k(\omega_\alpha), \qquad 0 = \sum_{i}^{2p} n_{k,i}\varphi_k(\omega_\beta).$$

Pour démontrer la réciproque, on peut évidemment se borner à considérer le cas où la correspondance est du premier degré et ε un nombre entier n.

Le point x décrivant un cycle arbitraire sur la surface de Riemann, la somme des chemins décrits par les points du groupe G peut toujours, par une déformation continue, être ramenée à avoir la forme

$$\varphi(\omega) = N_1(\omega)_1 + N_2(\omega)_2 + \ldots N_{2p}(\omega)_{2p},$$

les N_i étant des entiers positifs ou négatifs. Il existe bien des cycles dont les nombres N_i ne sont pas tous nuls à la fois. Soient γ le nombre des cycles non équivalents entre eux jouissant de la propriété ci-dessus et

$$\varphi_i(\omega) \quad (i = 1, 2, \ldots, \gamma)$$

les chemins correspondants décrits par l'ensemble des points du groupe G. Le contour (G) correspondant au cycle arbitraire (C) décrit par le point x est équivalent à une somme de la forme

$$n_1\varphi_1(\omega) + n_2\varphi_2(\omega) + \ldots + n_\gamma\varphi_\gamma(\omega).$$

On en conclut que les périodes des intégrales v_α sont réductibles aux systèmes $n^{-1}\varphi_i(\omega_\alpha)$, tandis que ceux des intégrales v_β vérifient les relations

$$\varphi_i(\omega_\beta) = 0.$$

Le nombre des intégrales linéairement distinctes ne pouvant surpasser le rang, on doit avoir $\gamma = 2q$, ce qui démontre le théorème.

La proposition précédente conduit à des conséquences que je me réserve de développer dans une autre occasion.

Remarque. — Le théorème étant susceptible de diverses généralisations, on est naturellement conduit à substituer au système précédent celui de la forme

$$\sum_{i}^{\nu} \varepsilon_i v_\alpha(x_i) = v'_\alpha(x) + c_\alpha \qquad (\alpha = 1, 2, \ldots, q),$$

$$\sum_{i}^{\nu} \varepsilon_i v_\beta(x_i) = c_\beta \qquad (\beta = q + 1, \ldots, p),$$

les systèmes v'_α et v_β ayant un certain nombre d'intégrales communes et ε_i désignant des entiers. On démontre encore la réduction des intégrales v'_α et v_β respectivement au rang q et $p-q$; mais on en tire d'autres conséquences faciles à saisir. En rattachant ainsi la réduction des périodes au théorème d'Abel généralisé, on traite facilement les cas d'existence des infinités discontinues de systèmes réductibles et l'on est conduit à généraliser les résultats obtenus autrefois par Picard puis par Poincaré et à en obtenir d'autres dans le même genre. Cependant il faut observer qu'une grande partie de ces propositions a été donnée récemment par M. Severi par une méthode différente (*Rendiconti dei Lincei*, 1914).

PHYSIQUE. — *Description d'un appareil destiné à la détermination directe des accélérations.* Note [1] de M. **B. Galitzine**, présentée par M. Lippmann.

L'étude directe de l'accélération du mouvement du sol dans les régions sismiques, de même que l'accélération du mouvement produit dans différentes parties de constructions artificielles, maisons, ponts, navires, wagons en marche etc., par des ébranlements dus à différentes causes artificielles comme la marche de moteurs puissants, le transport de lourds fardeaux, l'explosion de mines, coups de canon, etc., présente un grand intérêt théorique et pratique, car elle fournit une méthode directe et rationnelle pour évaluer les différentes forces et tensions mises en jeu par ces ébranlements. La connaissance de ces dernières donne la possibilité de prendre toutes les mesures nécessaires pour assurer la solidité de ces constructions et d'élaborer des projets de bâtiments asismiques.

Cependant le problème de l'évaluation directe des accélérations, surtout si les amplitudes de mouvement sont petites et la période du mouvement vibratoire très courte, offre de très grandes difficultés.

Pour l'étude des accélérations, on a ordinairement recours, comme en sismologie, à un système vibratoire quelconque (pendule ordinaire, pendule horizontale, pendule à ressort, etc.), mais ce procédé présente l'inconvénient considérable qu'un système de ce genre introduit toujours dans le diagramme obtenu son mouvement oscillatoire propre, qu'il n'est pas toujours facile d'éliminer. Si le plan sur lequel repose l'appareil effectue des mouvements réguliers et harmoniques, on peut, comme en sismologie, déterminer l'accélération de ce mouvement par le calcul. Mais si le mouvement est

---

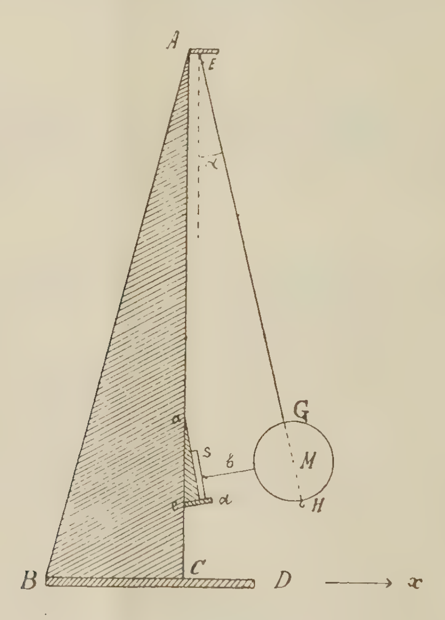
(1) Séance du 23 août 1915.

complètement arbitraire et encore inconnu, les difficultés pratiques deviennent presque insurmontables.

L'objet de cette Note est de décrire un appareil susceptible de donner *directement la valeur momentanée* de l'accélération pour un mouvement complètement arbitraire du sol ou du plan sur lequel repose l'appareil.

Je considérerai ici seulement un mouvement horizontal, mais les mêmes principes sont aussi applicables immédiatement à des mouvements verticaux.

Soit ABC (voir la figure) un support reposant sur un plan BD, pour



lequel il s'agit de déterminer la valeur de l'accélération. En E est suspendue librement, au moyen d'une petite lamelle en acier et d'une tige ou d'un cadre rigide Eg, une masse M s'appuyant, à l'aide de la petite tige b passant par le centre gravité de la masse mobile, sur la surface d'une petite plaque s.

Si α est l'angle d'écart de la masse mobile, la pression normale sur la surface entière de s sera

$$P_0 = Mg \sin \alpha.$$

Soit maintenant x la valeur du déplacement horizontal du plan BD par rapport à sa position d'équilibre au moment t.

Alors on peut poser $x = f(t)$, où $f(t)$ est une fonction complètement arbitraire.

Dans ce cas, la pression totale sur la plaque s sera

$$P = Mg \sin\alpha + Mx'' \cos\alpha.$$

Posons

$$p = P - P_0,$$
$$x'' = w;$$

alors il s'ensuit

$$p = Mw \cos\alpha. \tag{1}$$

En choisissant convenablement l'angle initial α, on aura toujours $p > 0$.

Comme p est rigoureusement proportionnel à w, il s'ensuit que si nous étions en état de déterminer la valeur momentanée de p, nous aurions de suite la valeur instantanée de w pour une loi de mouvement $x = f(t)$ complètement arbitraire.

Pour la détermination de p, on ne peut avoir recours à aucun artifice fondé sur l'application de plaques ou membranes élastiques, ressorts, dynamomètres, etc., car tout système de ce genre introduit nécessairement un mouvement vibratoire propre.

Pour déterminer la valeur momentanée de p, il faut employer un artifice dont le jeu n'entraîne aucun déplacement sensible du point d'application de la force p et qui n'ait aucune période de vibration propre.

Nous trouverons la réalisation de ces conditions dans les phénomènes de piézoélectricité.

Soit s une plaque de quartz ou de tourmaline convenablement taillée, portant, sur les deux faces opposées, une couche métallique. Sur la face extérieure de s se trouve une petite plaque en ébonite, dont la surface qui s'appuie librement sur s porte aussi une couche métallique. La tige b transmet la pression P à la plaque piézoélectrique, dont la face intérieure est reliée à la terre.

Alors la charge électrique sur la face extérieure de s sera, dans des limites très larges, proportionnelle à P.

Pour mesurer la valeur momentanée de cette charge, il faut aussi avoir recours à un électromètre suffisamment sensible, d'une capacité minime, sans inertie appréciable et sans période de vibration propre. L'électromètre à corde, dont la tension est convenablement choisie, réalise à merveille toutes ces conditions. Au moyen d'un artifice optique très simple, sur lequel je n'ai pas besoin d'insister ici, on réalise facilement l'enregistrement continu, sur papier photographique, du mouvement de la partie centrale de la corde de l'électromètre. En ayant recours à la microphotographie, on réalisera un appareil très compact et facilement transportable. Pour assurer le bon fonctionnement de l'instrument, il faut que ses différentes pièces soient bien isolées et protégées contre l'action perturbatrice de charges extérieures.

CHIRURGIE. — *Sur la ligature de l'artère iliaque externe.* Note de M. **Ed. Delorme**, présentée par M. A. Laveran.

Les anévrismes artériels et artérioso-veineux de la racine de la cuisse, surtout ceux à prolongement abdominal, imposent la ligature de l'artère iliaque externe ou celle de ce vaisseau et de la veine du même nom.

Ces ligatures sont émotionnantes pour le chirurgien, alors même qu'il a acquis l'expérience cadavérique nécessaire et cela parce qu'il n'est pas averti à l'avance et des dimensions exactes de l'anévrisme et de l'intégrité de la paroi des vaisseaux au niveau des points où il s'attend à poser ses fils à ligature, enfin en raison des difficultés de la compression préalable du tronc artériel à distance.

Deux procédés sont à notre portée : l'un indirect, extra-péritonéal ; l'autre direct, intrapéritonéal.

Dans le premier, une longue incision courbe, prolongée du milieu de l'arcade de Fallope dans l'un des flancs, traverse la paroi musculaire de l'abdomen et s'arrête au péritoine. Celui-ci est décollé jusqu'au détroit supérieur du bassin contre lequel s'appliquent les vaisseaux. L'incision pariétale étant distante de $0^{m},10$ environ des points occupés par ces derniers, la ligature se pratique, en somme, au fond d'un puits. On n'est pas exactement renseigné sur les dimensions de l'anévrisme et, en dilacérant le tissu cellulaire sous-péritonéal infiltré, épaissi, on court le risque d'ouvrir la poche anévrismale.

Ces incertitudes, ces difficultés, je les ai éprouvées au cours d'une intervention pratiquée à Caen en décembre 1914 sur un prisonnier allemand porteur d'un anévrisme artérioso-veineux de la racine de la cuisse prolongé dans le bassin.

Au contraire, sur un blessé français que j'opérai à Guéret, en août 1915, pour un anévrisme artérioso-veineux cruro-abdominal par le procédé intrapéritonéal, l'opération put être conduite avec toute sécurité et grande facilité. L'incision courbe ouvrant la cavité abdominale et les intestins étant refoulés vers le diaphragme par la position inclinée et les aides, les vaisseaux sont littéralement sous l'œil et sous le doigt, recouverts par le péritoine.

Je recherchai le point au niveau duquel la pression du doigt faisait cesser le thrill, je dégageai méthodiquement l'artère un peu au-dessus et, comme

sa paroi était altérée, très congestionnée, je portai sur elle deux fils à $0^m,15$ l'un de l'autre, le supérieur étant un fil d'attente réservé pour le cas où le premier aurait porté sur un point d'artère friable. Le premier suffit. Les vaisseaux fémoraux avaient été liés, au préalable, au-dessous de l'arcade de Fallope.

Après cette épreuve, j'estime que la voie intrapéritonéale est le procédé de choix de ligature de l'artère iliaque externe dans les anévrismes cruro-abdominaux traumatiques.

HYGIÈNE. — *De l'action des ferments de l'urée dans la destruction de la matière organique.* Note de MM. F. **Bordas** et S. **Bruère**, présentée par M. d'Arsonval.

Poursuivant notre recherche d'un procédé pratique de destruction rapide des matières organiques, nous avons répété, avec des cobayes, l'expérience d'ensevelissement en fumier artificiel que nous avions faite avec des fœtus morts dans la poche fœtale, expérience dont nous avons rendu compte dans une précédente Note. A l'action des microbes extérieurs, apportés par le milieu ensemencé, devait ainsi s'ajouter celle des microbes du tube digestif de l'animal sacrifié depuis 48 heures. Pratiquée simultanément à la température moyenne du laboratoire (16°) et à l'étuve (à 42°) elle a montré, comme il était logique et prévu, que cette association des germes extérieurs et intérieurs réduisait le temps nécessaire à la destruction de la matière organique, et confirmé que la température était un facteur très important de cette destruction.

A la température du laboratoire, un cobaye de 680^g a été sensiblement détruit en 360 heures. La peau et les poils seuls avaient résisté, mais n'habillaient plus qu'un squelette presque complètement décharné.

A la température de 42°, au bout du même temps, un cobaye de 595^g ne pesait plus que 235^g représentant la peau et le squelette entièrement décharné.

Une expérience pratiquée dans le même temps, à Alfort, sur un cheval de 600^{kg} enfoui dans un fumier, a donné, en trois semaines, des résultats analogues.

Ainsi que nous l'avons successivement indiqué, nous avons ensemencé les milieux liquides ou solides de toutes nos expériences avec un ensemble bactérien renfermant

les ferments de l'urée, les bacilles intestinaux et les micro-organismes des fermentations cellulosiques. Afin de comparer la puissance de contribution particulière de chacun de ces groupes au but poursuivi, nous avons, à l'étuve à 42°, placé quatre bocaux contenant chacun un fœtus de truie pesant en moyenne 171^g, mort dans la poche fœtale, baignant : le premier, dans un bouillon de culture de ferments de l'urée; le second, dans un bouillon de culture de bacilles intestinaux; le troisième, dans un bouillon de culture de micro-organismes des fermentations cellulosiques; le quatrième, dans une liqueur composée de ces trois bouillons.

Au bout de 23 heures, le fœtus n° 1 était déjà délité et, au bout de 45 heures, sa liquéfaction était complète; tandis que les mêmes effets ne furent respectivement obtenus qu'au bout de 69 et 166 heures pour le second, 69 et 99 heures pour le troisième, 45 et 69 heures pour le quatrième.

Cette expérience démontrant que l'action dissolvante des ferments de l'urée était nettement plus énergique que celle des autres groupes, nous avons cherché à nous rendre compte dans quelle proportion pouvait y concourir, indépendamment des bacilles eux-mêmes, l'enzyme produite par leur action.

Daus ce but, par le procédé de Miquel, nous avons préparé un bouillon d'uréase aseptique au sein duquel nous avons immergé aseptiquement des fœtus de truie dans des tubes qui furent maintenus, à l'étuve à 38°, à côté d'un tube témoin renfermant un fœtus plongé dans une partie du même bouillon, prélevée avant sa filtration sur bougie, c'est-à-dire contenant encore les ferments.

Au bout de 21 heures, l'action du bouillon renfermant les micro-organismes s'était déjà affirmée, tandis que celle du bouillon qui en était privé et représentait, par suite, une simple solution d'uréase, semblait nulle. En 69 heures, le premier avait complètement liquéfié les 218^g de matière organique représentés par le fœtus témoin, tandis que les fœtus immergés dans le second, seulement macérés par la liqueur, étaient encore parfaitement reconnaissables à leurs formes au bout de 20 jours.

Cette expérience semblerait réduire à bien peu l'action de l'uréase. Nous signalons cependant le fait, sans conclure, car certains indices nous permettent de croire que, en modifiant les conditions de l'essai, on obtiendrait peut-être un résultat plus en rapport avec la puissance de liquéfaction reconnue des enzymes.

Quoi qu'il en soit, dans la pratique, l'action des micro-organismes et celle de l'uréase étant destinées à se compléter, nous avons cherché à mesurer leurs puissances combinées et associées, en milieu liquide, à celle des bacilles intérieurs du cadavre d'un animal ayant vécu. A cet effet, à l'étuve à 42°, nous avons immergé un cobaye, sacrifié depuis 72 heures,

dans un bocal de 2^l contenant 500^{cm^3} d'un bouillon de culture de ferments de l'urée.

La réaction s'est, dès les premières heures, montrée tumultueuse et un abondant dégagement de gaz s'est produit, faisant déborder le bocal. Au bout de 48 heures, le sujet semblait détruit intérieurement et, dans le délai de 120 heures, il était entièrement dissous, à l'exception du poil qui, feutré, flottait à la surface du liquide, mais qui lui-même était en grande partie solubilisé au bout de 288 heures.

En résumé, les expériences qui précèdent démontrent la préférence à donner aux ferments de l'urée pour réaliser, avec l'aide de l'humidité et d'une température appropriée, une destruction rapide de la matière organique.

La séance est levée à 16 heures et quart.

G. D.

ERRATA.

—

(Séance du 23 août 1915.)

Note de M. *Paul Vuillemin*, Origine staminale du périgone des Liliacées :

Page 204, Tableau C″, dernière colonne (X), *au lieu de* 0, 90, 100, *lire* 0, 10, 90.